ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Тема: Сравнение множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.

Цель работы: овладеть навыками сравнения множеств и построения диаграмм Эйлера – Венна.

Задание:

Выполните задание согласно варианту.

1 вариант

1. Заданы множества *A, B, C*. Какие из утверждений будут верными?
   a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
   b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
   c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
   d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
   e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
   f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
   g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
   i) Множество A конечно.
   j) Множество B является бесконечным.
   k) Множество B является подмножеством пустого множества.

A = {1,2,a,b} , B = {2,a} , C = {a,1,2,b} .

2. Расположите множества: $A \cup B$, $A \setminus B$, $A \cup B \cup C$, $A/(B \cap C)$, в таком порядке, чтобы каждое из них являлось подмножеством предыдущего множества.
3. В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом – 15 учеников, метро и троллейбусом – 13 учеников, троллейбусом и автобусом – 9 учеников. Сколько учеников пользуются только одним видом транспорта?
4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cap (B \cup \overline{C})$.

2 вариант

1. Заданы множества *A, B, C*. Какие из утверждений будут верными?
   a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
   b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
   c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
   d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
   e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
   f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
   g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
   i) Множество A конечно.
   j) Множество B является бесконечным.
   k) Множество B является подмножеством пустого множества.

A = {2,3,4, f } , B = {3,4} , C = {4,3} .

2. Заданы произвольные множества *A, B, C*.

Расположите множества: $A \cup B \cup C$, $A \setminus B$, $A \cup B$, A , в таком порядке, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.

3. Каждый из 35 шестиклассников является читателем, по крайней мере, одной из двух библиотек: школьной и районной. Из них 25 человек берут книги в школьной библиотеке, 20 – в районной. Сколько шестиклассников:

1. Являются читателями обеих библиотек?
2. Не являются читателями районной библиотеки?
3. Не являются читателями школьной библиотеки?
4. Являются читателями только районной библиотеки?
5. Являются читателями только школьной библиотеки?
6. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{C} \setminus \overline{(A \cup B)}$.

3 вариант

1. Заданы множества *A*, *B*, *C*. Какие из утверждений будут верными?

a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
i) Множество А конечно.
j) Множество В является бесконечным.
k) Множество В является подмножеством пустого множества.

А = {7,9,a} , В = {a,9,7} , С = {7,8,9,a,b} .

2. Заданы произвольные множества *A*, *B*, *C*.
Расположите множества: $B \cup C$, $C \setminus A$,$C \setminus (A \cup B)$, $A \cup B \cup C$, в таком порядке, чтобы каждое из них включало в себя предыдущее множество.

3. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции,10-в Италии,6-в Англии; в Англии и Италии-5; в Англии и Франции -6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $C \setminus (C\cap (A\cup B))$.

4 вариант

1. Заданы множества *A*, *B*, *C*. Какие из утверждений будут верными?

a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
i) Множество А конечно.
j) Множество В является бесконечным.
k) Множество В является подмножеством пустого множества.

А = {7,9,a} , В = {a,9,7} , С = {7,8,9,a,b} .

2. Заданы произвольные множества *A*, *B*, *C*.
Расположите множества: C , $B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $A \cap C$ в таком порядке, чтобы каждое из них включало в себя множество, следующее за ним.

3. В трёх группах 70 студентов. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 студентов из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько студентов не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько студентов заняты только спортом?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{(A \cup B)} \cap C$.

5 вариант

1. Заданы множества *A*, *B*, *C*. Какие из утверждений будут верными?
   a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
   b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
   c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
   d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
   e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
   f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
   g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
   i) Множество A конечно.
   j) Множество B является бесконечным.
   k) Множество B является подмножеством пустого множества.

A = {5,6,t} , B = {4,5,6,e,t} , C = {6,t,5} .

2. Заданы произвольные множества *A*, *B*, *C*.
Расположите множества: $A \cup B$, $A \cap B \cap C$, $A \cup B \cup C$, $A \cup (B \cap C)$ в таком порядке, чтобы каждое из них было подмножеством предыдущего множества.

3. Часть жителей нашего дома выписывают только газету «Комсомольская правда», часть – только газету «Известия», а часть – и ту, и другую газету. Сколько процентов жителей дома выписывают обе газеты, если на газету «Комсомольская правда» из них подписаны 85%, а на «Известия» – 75%?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $(B \cap C) \setminus A$.

6 вариант

1. Заданы множества *A*, *B*, *C*. Какие из утверждений будут верными?
   a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
   b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
   c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
   d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
   e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
   f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
   g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
   i) Множество A конечно.
   j) Множество B является бесконечным.
   k) Множество B является подмножеством пустого множества.

A = {9,10,h,l} , B = {h,l,9,10} , C = {10,h} .

2. Заданы произвольные множества *A*, *B*, *C*.
Расположите множества: $A \cap B$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $A \cap (B \cup C)$ в таком порядке, чтобы каждое из них являлось подмножеством следующего за ним.

3. Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов. Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{A} \cap (B \cup C)$.

7 вариант

1. Заданы множества *A*, *B*, *C*. Какие из утверждений будут верными?
   a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
   b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
   c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
   d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
   e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
   f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)

g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества A.
i) Множество А конечно.
j) Множество В является бесконечным.
k) Множество В является подмножеством пустого множества.

A = {3,6,9,u} , B = {6,u,9} , C = {6,u,3,9} .

2. Заданы произвольные множества A, B, C.

Расположите множества: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cup B \cup C$, A , в таком порядке, чтобы каждое из них содержало предыдущее множество.

3. В футбольной команде «Спартак» 30 игроков, среди них 18 нападающих. 11 полузащитников, 17 защитников и вратари. Известно, что трое могут быть нападающими и защитниками, 10 защитниками и полузащитниками, 6 нападающими и защитниками, а 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником. Вратари не заменимы. Сколько в команде «Спартак» вратарей?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{A} \cap C \cup \overline{B} \cap C$.

8 вариант

1. Заданы множества A, B, C. Какие из утверждений будут верными?
a) Множества A и C не содержат одинаковых элементов.
b) Множества A и C равны ($A = C$).
c) Множества B и C равны ($B = C$).
d) Множество A является подмножеством множества B. ($A \subset B$)
e) Множество C является подмножеством множества A. ($C \subset A$)
f) Множество C является подмножеством множества B. ($C \subset B$)
g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества A.
i) Множество А конечно.
j) Множество В является бесконечным.
k) Множество В является подмножеством пустого множества.

A = {6,8,10} , B = {4,6,8,10, k} , C = {8,6, k,4,10} .

2. Заданы произвольные множества A, B, C.

Расположите множества: $B \cup C$, $B \setminus (A \cup C)$, B , $A \cup B \cup C$, в таком порядке, чтобы каждое из них содержало множество, следующее за ним.

3. В магазине побывало 65 человек. Известно, что они купили 35 холодильников, 36 микроволновок, 37 телевизоров. 20 из них купили и холодильник и микроволновку, 19 - и микроволновку, и телевизор, 15-холодильник и телевизор, а все три покупки совершили три человека. Был ли среди них посетитель, не купивший ничего?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{(A \cup B)} \cap C$).

9 вариант

1. Заданы множества A, B, C. Какие из утверждений будут верными?
a) Множества A и C не содержат одинаковых элементов.
b) Множества A и C равны ($A = C$).
c) Множества B и C равны ($B = C$).
d) Множество A является подмножеством множества B. ($A \subset B$)
e) Множество C является подмножеством множества A. ($C \subset A$)
f) Множество C является подмножеством множества B. ($C \subset B$)
g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества A.
i) Множество А конечно.
j) Множество В является бесконечным.
k) Множество В является подмножеством пустого множества.

$A = \{-5{,}5{,}t\}$, $B = \{5{,}-5{,}t\}$, $C = \{-5, k{,}t{,}5\}$.

2. Заданы произвольные множества A, B, C.

Расположите множества: $B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $B \cap C$,$C \cup (B \setminus A)$, в таком порядке, чтобы каждое из них являлось подмножеством предыдущего множества.

3. В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом – 15 учеников, метро и троллейбусом – 13 учеников, троллейбусом и автобусом – 9 учеников. Сколько учеников пользуются только одним видом транспорта?

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{A} \cap (B \cup C)$.

10 вариант

1. Заданы множества *A*, *B*, *C*. Какие из утверждений будут верными?
   a) Множества *A* и *C* не содержат одинаковых элементов.
   b) Множества *A* и *C* равны ($A = C$).
   c) Множества *B* и *C* равны ($B = C$).
   d) Множество *A* является подмножеством множества *B*. ($A \subset B$)
   e) Множество *C* является подмножеством множества *A*. ($C \subset A$)
   f) Множество *C* является подмножеством множества *B*. ($C \subset B$)
   g) Пустое множество $\varnothing$ является подмножеством множества *A*.
   i) Множество А конечно.
   j) Множество В является бесконечным.
   k) Множество В является подмножеством пустого множества.

$A = \{-1, t, r\}$, $B = \{-2, -1, 0, t, r\}$, $C = \{t, -1, r\}$.

2. Заданы произвольные множества *A*, *B*, *C*.

Расположите множества: $A \cup B$, $A \cap B \cap C$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B$, в таком порядке, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.

3. Каждый из 35 шестиклассников является читателем, по крайней мере, одной из двух библиотек: школьной и районной. Из них 25 человек берут книги в школьной библиотеке, 20 – в районной. Сколько шестиклассников:
   1. Являются читателями обеих библиотек?
   2. Не являются читателями районной библиотеки?
   3. Не являются читателями школьной библиотеки?
   4. Являются читателями только районной библиотеки?
   5. Являются читателями только школьной библиотеки?

4.Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cap B \cap \overline{C}$.

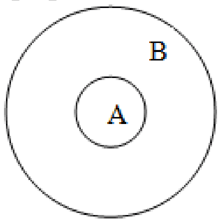
Контрольные вопросы:

1. Пусть $a \in A$. Следует ли отсюда, что $\{a\} \subseteq A$?
3. Назовите множество, которое является подмножеством любого множества.
4. Может ли быть множество эквивалентно своему подмножеству?

Теоретические сведения и примеры решения задач:

Множество А называют подмножеством множества В, если любой элемент множества В является элементом множества В.

Графически это выглядит так:

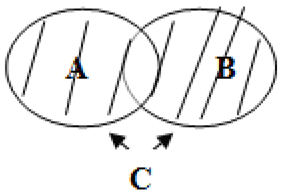


Можно дать другое определение равных множеств. Два множества называются равными, если они являются взаимными подмножествами.

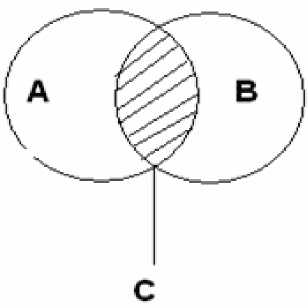
$A \subset B$ и $B \subset A \Rightarrow A = B$

Рассмотрим операции над множествами и их графическую иллюстрацию

1. Объединение множеств А и В изображаем:

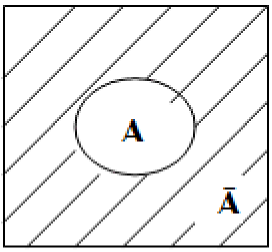


2. Пресечение двух множеств А и В изображаем:



В любой имеющей смысл задаче обычно рассматриваются подмножества некоторого «наибольшего» множества U, которое называют универсальным множеством. Универсальное множество – это самое большее множество, содержащее в себе все множества, рассматриваемые в задаче.

Множество всех элементов универсального множества U, не принадлежащих множеству А называется дополнением множества А до U и обозначается $\bar{A}$:



Мощностью конечного множества называется количество его элементов.

Для конечного множества А через m(A) обозначим число элементов в множестве А.

Из определение следуют свойства:

$m(A) + m(\bar{A}) = m(E)$

$A = B \Rightarrow m(A) = m(B)$

Для любых конечных множеств справедливы так же утверждения:

$M(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$

$m(A \cup B \cup C) = m(A) + m(B) + m(C) - m(A \cap B) - m(A \cap C) - m(B \cap C) - m(A \cap B \cap C)$.

Пример:

В олимпиаде по математике приняло участие 40 учащихся, им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по тригонометрии. По алгебре решили задачу 20 человек, по геометрии – 18 человек, по тригонометрии – 18 человек. По алгебре и геометрии решили 7 человек, по алгебре и тригонометрии – 9 человек. Ни одной задачи не решили 3 человека. Сколько учащихся решили все задачи? Сколько учащихся решили только две задачи? Сколько учащихся решили только одну задачу?

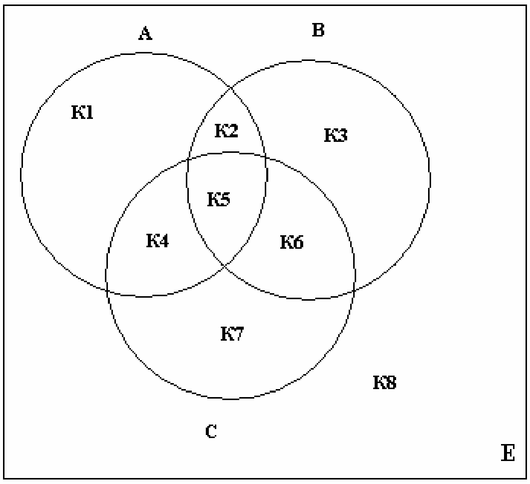
Решение:

Запишем коротко условие и покажем решение:

$m(E) = 40$; $m(A) = 20$; $m(B) = 18$; $m(C) = 18$; $m(A \cap B) = 7$; $m(A \cap C) = 8$; $m(B \cap C) = 9$;

$m(ABC) = 3 \Rightarrow m(ABC) = 40 - 3 = 37$

Изобразим множества А, В, С.



К1 – множество учеников, решивших только одну задачу по алгебре;

К2 – множество учеников, решивших только две задачи по алгебре и геометрии;

К3 – множество учеников, решивших только задачу по геометрии;

К4 – множество учеников, решивших только две задачи по алгебре и тригонометрии;

К5 – множество всех учеников, решивших все три задачи;

К6 – множество всех учеников, решивших только две задачи, по геометрии и тригонометрии;

К7 – множество всех учеников, решивших только задачу по тригонометрии;

К8 – множество всех учеников, не решивших ни одной задачи.

Используя свойство мощности множеств и рисунок можно выполнить вычисления:

$m(К5) = m(A \cap B \cap C) = m(ABC) - m(A) - m(B) - m(C) + m(A \cap B) + m(A \cap C) + m(B \cap C)$;

$m(К5) = 37-20-18-18+7+8+9=5$; $m(К2) = m(A \cap B) - m(К5) = 7-5 = 2$

$m(К4) = m(A \cap C) - m(К5) = 8-5=3$; $m(К6) = m(B \cap C) - m(К5) = 9-5 = 4$

$m(К1) = m(A) - m(К2) - m(К4) - m(К5) = 20-2-3-5 = 10$;

$m(К3) = m(B) - m(К2) - m(К6) - m(К5) = 18-2-4-5 = 7$;

$m(К7) = m(C) - m(К4) - m(К6) - m(К5) = 18-3-4-5 = 6$

$m(К2) + m(К4) + m(К6) = 2+3+4 = 9$ – число учеников решивших только две задачи;

$m(К1) + m(К3) + m(К7) = 10+7+6 = 23$ – число учеников решивших только одну задачу.

Ответ: 5 учеников решили три задачи; 9 учеников решили только по две задачи; 23 ученика решили только по одной задаче.